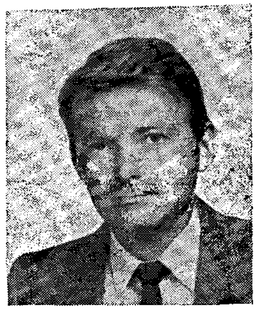
Multiprocesszoros rendszerek teljesítőképesség modellje

DR. RISZTICS PÉTER

Budapesti Műszaki Egyetem
Folyamatszabályozási Tanszék



DR. RISZTICS PÉTER

1969-ben szerzett villamosmérnöki oklevelet a Budapesti Műszaki Egyetemen, azóta dolgozik a Folyamatszabályozási Tanszéken. Részt vesz a Tanszék oktató és kutató munkájában, több kutató-fejlesztő munka témavezetője. Főbb kutatási területe a többprocesszoros rendszerek tervezése, irányítástechnikai és mérnöki tervező rendszerként való alkalmazásuk, illetve az ilyen rendszerek megbízhatósági és teljesítőképesség vizsgálata. Dr. Risztics Péter több könyv társszerzője, és számos cikke jelent meg hazai és külföldi szakfolyóiratokban.

ÖSSZEFOGLALÁS

Az irányító, felügyelő rendszerek esetén a felhasználó számára rendkívül fontos, hogy a mikroprocesszoros rendszer milyen valószínűséggel hajtja végre az előírt feladatokat. Ez a feladatvégrehajtási valószínűség a rendszer megbízhatóságával és teljesítőképességével jellemezhető. A cikk a teljesítőképesség modellezéssel foglalkozik degradálható rendszerek esetén.

Bevezetés

Az elektronizációban rejlő lehetőségek az elmúlt tíz évben, ha lehet még szélesebb kaput nyitottak a számítástechnikai kultúra, a számítástechnikai eszközök elterjedésének. Nyilvánvalóvá vált, hogy az igen flexibilis, kis méretű, kis fogyasztású mikroszámítógépes rendszerek az élet majd minden területén kitűnően használhatók a munka automatizálására, gyorsan és pontosan dolgoznak.

A megbízhatóság mennyiségi mutatóival ($R(t)$, MTTF, MTBF, használhatóság stb.) egyrészt egy rendszer megbízhatósági viselkedése jól jellemezhető, másrészt segítségükkel a támasztott megbízhatósági követelmények is világosan megfogalmazhatók [1], [2], [3]. Az elmúlt években kialakultak azok a módszerek, amelyekkel elektronikus rendszerek megbízhatósági viselkedése leírható. Ezek a modellek képesek az adott rendszer dinamikus megbízhatósági viselkedésének (tartalék-beállítás, degradáció stb.) a nyomonkövetésére [3], [4], [5].

A digitális elektronikában ezek a modellek kitűnően alkalmazhatók, hiszen a funkciókat közvetlenül a logikai kapcsolás realizálja, így a feladat megoldásának valószínűségét igen jól jellemzi megvalósított logikai áramkör megbízhatósága. Más szavakkal, az elektronikus berendezés működésének megbízhatósága közvetlenül jellemzi a végrehajtandó feladat teljesíthetőségét.

Más a helyzet a mikroszámítógépes rendszerekkel megoldandó feladatok esetén, ahol a funkciók megvalósításában hardware és software eszközök egyaránt részt vesznek. Ily módon a hardware megbízhatósági viselkedése még akkor sem jellemzi mindenre kiterjedően a kitűzött feladatok teljesülését, ha feltételezzük, hogy a software eredendően hibátlan és meghibásodásait a hardware meghibásodása okozza. Fontos tehát az eljárást úgy kiegészíteni, hogy az képes legyen alkalmazástól függően a teljes rendszer modellezésére is. Más megközelítésben éppen ilyen jellegű igények kielégítését szolgálja a számítógépes rendszerek teljesítményének (performance) becslése [6]. A teljesítménybecslésre kialakult módszerek többsége olyan rendszerek esetén érvényes, amikor a rendszer felépítése nem változik. Márpedig meghibásodás-mentes rendszert megvalósítani nem lehet, a nagy megbízhatóságra való törekvés stratégiái sem ezt tűzik ki célul. A hibatűrő rendszereknek éppen az a lényege, hogy egy alkotóelem esetleges meghibásodása esetén a rendszer az alapvető funkciók tekintetében hiba-mentesen működjön tovább. Ez az esetek többségében azt jelenti, hogy a rendszer funkció-átcsoportosításra, csökkentésre képes (degradable system). Vagyis változik a felépítése és ezzel a teljesítménye is, ugyanis az egyes rendszerdegradáció szintekhez más és más teljesítmény-szint tartozhat. Márpedig a fentiekben említett teljesítménybecslő eljárás alkalmatlan a struktúraváltozás követésére.

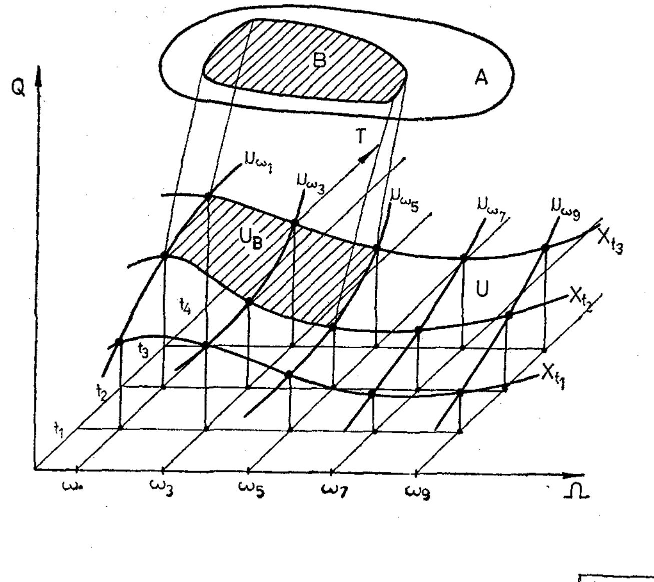
A probléma megoldása egy olyan egységes modell létrehozása, amelynek segítségével meg tudjuk becsülni egy rendszernek mind a teljesítményét, mind a megbízhatóságát. A modellezés alapgondolata a [7] irodalomban fogalmazódott meg, de [8]—[10] irodalmak is értékes, de speciális eredményeket tartalmaznak.

Modellalkotás

A számítógépes rendszer működés közben különböző szinteken és különböző szempontok szerint vizsgálható. A legalsó szinten az figyelhető meg, hogyan működik a hardware és az alapsoftware. A következő szinten figyelembe vehető a környezet hatása (pl. felhasználói programok, perifériák vagy fizikai környezeti feltételek stb.). Az említett két alsó szintet együtt teljes rendszernek is nevezhetjük. Egy következő szinten éppen azt lehet áttekinteni, hogy a teljes rendszer hogyan valósítja meg a felhasználó által meghatározott feladatokat.

A továbbiakban megvizsgáljuk, hogy a teljes rendszer viselkedésének szintenkénti elemzési eredményei hogyan vetíthetők a legmagasabb, a felhasználó-orientált szintre.

Beérkezett: 1985. X. 2. (/|\)



H 112-1

Feltételezzük, hogy létezik (Ω, ε, P) valószínűségi mező — ahol az Ω az alaphalmaz (vagy mintatér,) az s a mérhető halmazok σ-algebrája és P valószínűségi mérték — amely segítségével leírható a teljes rendszer viselkedésének valószínűségi természete a vizsgált különböző szinteken.

A teljes rendszer viselkedését a legalsó szinten egy sztochasztikus folyamattal [11] írhatjuk le:

$$X_s = \{X_t | t \in T\},$$

ahol a T a vizsgálat időpontja (valós számok egy halmaza), és az összes $t \in T$ esetén az X_t egy véletlen változó

$$X_t: \Omega \rightarrow Q$$

amely az eseménytéren van értelmezve és értékei a teljes rendszer Q állapotteréből származnak. A Q állapottér magába foglalja mind a számítógép, mind környezetének állapothalmazát. Ez teljesül, ha feltesszük, hogy Q diszkrét és ezért az összes $t \in T$ és $q \in Q$ esetén az $X_t = q$ kifejezésének létezik valószínűsége, vagyis $\{\omega | X_t(\omega) = q\} \in \varepsilon$.

A fenti X_s sztochasztikus folyamatot a teljes rendszer alapmodelljének is nevezhetjük. Az alapmodell viselkedése — rögzített $\omega \in \Omega$ esetén — egy $u_\omega: T \rightarrow Q$ állapot trajektória

$$u_\omega(t) = X_t(\omega).$$

Az u_ω tehát egy időfüggvény, amely leírja a teljes rendszer állapotváltozásait a T működési idő alatt egy adott $\omega \in \Omega$ esetén. Ilyen formán az összes $\omega \in \Omega$ esetén az alapmodell leíró tere az $U = \{u_\omega | \omega \in \Omega\}$ halmaz, amelyet a teljes rendszer állapottrajektória terének is nevezhetünk.

Az alapmodellnek esetünkben teljesítenie kell azt a követelményt, hogy egyrészt mint teljesítmény modell követni tudja a strukturális változásokat, másrészt mint megbízhatósági modell figyelembe tudja venni a rendszer belső állapotának, illetve a környezeti feltételeknek a változását.

A felhasználót elsősorban a rendszer különböző feladatteljesítési szintjei érdeklik. Egy A teljesítési halmaznak megfeleltethető egy leíró tér, amit felhasználói leíró térnek is nevezhetünk. A teljesítési (vagy a felhasználó számára megjelenő teljesítmény) szintek az A halmaz elemeinek tekinthetők. Ezeket figyelembe véve a rendszer teljesítménye felfogható egy valószínűségi változónak

$$Y_s: \Omega \rightarrow A$$

ahol az $Y_s(\omega)$ az alap leírótérbeni ω-nak megfelelő teljesítési szint. Az A részhalmazain értelmezett természetes mérték, ami mind a rendszer megbízhatóságát, mind a teljesítményét kifejezi nem más mint az Y_s által indukált valószínűségi mérték. Az egységes teljesítmény-megbízhatóság mértéket teljesítési képességnek fogjuk nevezni. Az 1. ábrán — leegyszerűsítve — összefoglaltuk a fenti leképzéseket. Az A-beli B részhalmaz teljes inverz képe az U trajektória halmazon az U_B. Ha az U_B mérhető, akkor a B is mérhető.

Definíció: Ha egy S teljes rendszerben az Y_s értékei az A teljesítési halmazból származnak, akkor a teljes rendszer teljesítési képessége, a teljesítési szintek minden egyes mérhető B halmaza $(B \subseteq A)$ esetén,

$$p_s(B) = P(\{\omega | Y_s(\omega) \in B\}).$$

A $p_s(B)$ tehát annak a valószínűsége, hogy a rendszer egy B halmazbeli szinten megoldja a feladatot.

Ha A a valós számok egy intervalluma, úgy a p_s függvény az Y_s eloszlásfüggvényével is kifejezhető. Minden $b \in A$ esetén

$$F_s(b) = P(\{\omega | Y_s(\omega) \leq b\}).$$

Ezek után a p_s kifejezhető egy Lebesgue—Stieltjes integrállal, miszerint a teljesítési szintek bármely B halmaz esetén

$$p_s(B) = \int_B \mathrm{d}F_s(b).$$

Ha az Y_s egy diszkrét valószínűségi változó, és B a teljesítési szintek egy halmaza, akkor

$$p_s(B) = \sum_{b \in B} p_s(b)$$

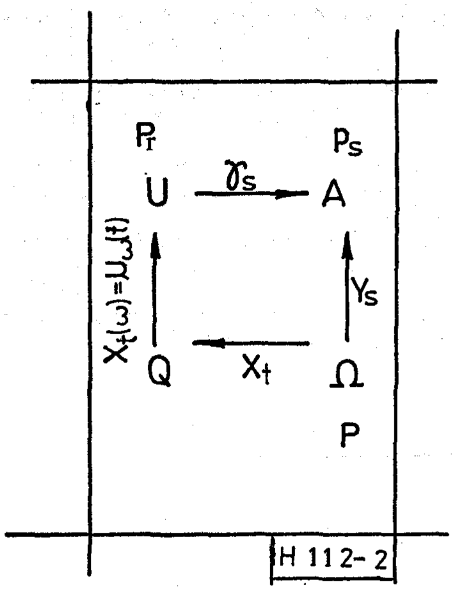
Definíció: Ha egy S teljes rendszerben az Y_s teljesítmény értékei az A teljesítési halmazokból származnak és Y_s diszkrét valószínűségi változó, akkor a teljes rendszer teljesítési képessége, minden egyes „a" teljesítési szint esetén $(a \in A)$,

$$p_s(a) = P(\{\omega | Y_s(\omega) = a\}).$$

A következőkben tisztázni fogjuk, hogy az X_s alapmodellnek hogy kell az Y_s teljesítmény-változóhoz kapcsolódnia. Tegyük fel, hogy az X_s leírható a véges dimenziójú valószínűségi eloszlásaival, és a P_r legyen annak a valószínűsége amit ezek az eloszlások egyértelműen megadnak. Ha a P_r értelmezve van egy V trajektória halmaz esetén $(V \subseteq U)$, akkor

$$P_r(V) = P(\{\omega | u_\omega \in V\}).$$

A P_r tehát annak a valószínűsége, hogy az adott u_ω állapot trajektória a V halmazban van. A P_r egyébként közvetlenül a szóban forgó véges dimenziójú el-



osztásokból számolható (Kolmogorov-féle alaptétel [11]). A P_r mérték segítségével az X_s alapmodell valószínűségi természete leírható.

Ezek után tegyük fel, hogy az alapmodell elég finom ahhoz, hogy a felhasználó által különbözőnek ítélt teljesítési szinteket szét tudja választani, vagyis minden $\omega, \omega' \in \Omega$ esetén az

$$Y_s(\omega) \neq Y_s(\omega)\text{-ből következik, hogy}$$

$$u_\omega \neq u_{\omega'}$$

Ebből viszont az következik, hogy minden $u \in U$ trajektória egy $a \in A$ teljesítmény szinthez rendelhető. Tegyük fel továbbá, hogy ha a B a teljesítési szintek egy mérhető halmaza, akkor a megfelelő trajektória halmaz $U_B = \{u_\omega | Y_s(\omega) \in B\}$ P_r szerint mérhető, vagyis ha a B mérhető, akkor a P_r az U_B esetén meghatározható.

Az X_s és Y_s közötti kapcsolat a fentiek alapján létrehozható.

Definíció: Legyen az S teljes rendszer U trajektória térrel és A teljesítési halmazzal, ekkor a γ_s: $U \to A$ az S rendszer képesség-függvénye, ahol a $\gamma_s(u)$ az u állapot trajektóriának megfelelő teljesítés szintje. Más szóval $\gamma_s(u) = a$, ha vaiamely $\omega \in \Omega$ esetén $u_\omega = u$ és $Y_s(\omega) = a$.

A korábbiakban rögzített feltételek biztosítják, hogy ha $u_\omega = u_{\omega'}$, akkor $\gamma_s(u_\omega) = \gamma_s(u_{\omega'})$, illetve a γ_s inverze a γ_s^{-1} az Y_s-re vonatkozó mérhető halmazokat áttranszformálja az X_s-re vonatkozó mérhető halmazokká. Az utóbbi belátásához tegyük fel, hogy B a teljesítési szintek egy mérhető halmaza. B inverzképe a

$$\gamma_s^{-1}(B) = \{u | \gamma_s(u) \in B\}$$

trajektória halmaz, vagy ezzel megegyezően

$$\gamma_s^{-1}(B) = \{u_\omega | Y_s(\omega) \in B\} = U_B.$$

Mivel P_r meghatározható U_B esetén, a $\gamma_s^{-1}(B)$ mérhető,

$$P_r(\gamma_s^{-1}(B)) = P_r(U_B).$$

A γ_s egy valószínűségi változónak tekinthető az X_s alapmodell által indukált valószínűségi térben. Ha a B mérhető, akkor

$$P_r(U_B) = P(\{\omega | u_\omega \in U_B\}) = P(\{\omega | Y_s(\omega) \in B\}),$$

ami azonban B teljesítési szintek esetén nem más, mint a rendszer teljesítési-képessége, vagyis

$$P_r(U_B) = p_s(B).$$

Az előzőeket is figyelembe véve

$$p_s(B) = P_r(\gamma^{-1}(B)),$$

amiből következik, hogy X_s és γ_s segítségével a p_s teljesítési-képesség becslése elvégezhető.

Amennyiben X_s és Y_s elegendő a γ_s képesség függvény megadásához, akkor az (X_s, γ_s) párt a teljes rendszer teljesítési-képesség modelljének tekinthetjük.

Ha B a teljesítési szintek egy mérhető halmaza, akkor a $\gamma_s^{-1}(B) = U_B$ inverzképét a B trajektória halmazának nevezhetjük. Ennek a meghatározása azonban annak az analízisét igényli, hogy B-beli szintek hogyan kapcsolódnak γ_s^{-1}-en keresztül az alapmodell trajektóriáihoz. A $p_s(B)$ így $\gamma_s^{-1}(B)$ valószínűségi analízisével határozható meg.

A 2. ábrán összefoglaltuk a leképzési láncot. Ebből szemléletesen kitűnik, hogy az alapmodell ismeretében milyen lépéseken keresztül jutunk el a — felhasználót leginkább érdeklő — teljesítési szintek előfordulási valószínűségeinek meghatározásához.

Teljesítő-képesség modell

Ha az (X_s, γ_s) pár egy teljesítő-képesség modellnek tekinthető, akkor a rendszer teljesítő-képessége — a teljesítési szintek egy B halmazára —

$$p_s(B) = P_r(\gamma_s^{-1}(B)).$$

Ennek megfelelően egy adott $p_s(B)$ meghatározása a következő módszerrel történhet:

— meghatározzuk a $\gamma_s^{-1}(B)$ trajektóriahalmazt, majd

— megbecsüljük a $P_r(\gamma_s^{-1}(B))$ valószínűséget.

A $\gamma_s^{-1}(B)$ meghatározása azonban könnyebben átfogható, ha az X_s alapmodell és az A teljesítési halmaz közé közbülső modelleket definiálunk. Ez a modellhierarchia a könnyebb áttekinthetőséget szolgálja.

Ily módon a teljesítés-képesség egy feladat orientált meghatározásához jutottunk, amely konkrét esetekben a feladat megbízható elvégzéséhez nyújthat megfelelő támpontot.

IRODALOM

[1] *Risztics P.:* Nagy megbízhatóságú folyamatirányító rendszerek tervezési szempontjai, Doktori disszertáció, Budapesti Műszaki E. 1979.

[2] *Zimányi P.:* Számítógépes rendszerek megbízhatósági modellezése, Szakmérnöki diplomaterv (konzulens: Bisztics P.) Budapesti Műszaki Egyetem, 1980.

[3] *Risztics P., Zimányi P.:* Reliability modelling of multiprocessor systems RELCOMEX '81 Proceedings I. pp. 181—187, 1981, Poland.

[4] *A. Avizienis, Y. W. Ng:* A unified reliability model for fault-tolerant computer systems, IEEE Transaction on Computers, C-29. No. 11. 1980. November.

[5] *J. Losq:* Effects of failures on gracefully degradable systems, Int. Symp. Fault-Tolerant Computing, 1977, Proceedings, pp. 29—34.

[6] *L. Svoboda:* Computer Performance Measurement and Evaluation Methods Elsevier Computer Science Library 1976. New York.

[7] *J. Meyer:* On Evaluating the Performability of Degradable Computing Systems, IEEE Transaction on Computers, C-29. No. 8. 1980.

[8] *M. Marsan, M. Gerla:* Markov Models for Multiple Bus Multiprocessor Systems, IEEE Transaction on Computers, C-31. No. 3., 1982.

[9] *K. Siomalas,* B. *Bowen:* Performance of Crossbar Multiprocessor Systems, IEEE Transaction on Computers, C-32, No. 7. 1983.

[10] *K. Irani, I. Önyüksel:* A Closed-Form Solution for the Performance Analysis of Multiple-Bus Multiprocessor Systems, IEEE Transaction on Computers, C-33. No. 11, 1984.

[11] *A. Ludwig:* Stochastische Differentialgleichungen, R. Oldenbourg Verlag, München, 1973.